

田口方法簡介

宜蘭大學生機系 張明毅

2003.10.24

一、前言

田口式品質工程是田口玄一(Taguchi Genichi)博士於 1950 年代所開發倡導。利用簡單的直交表實驗設計與簡潔的變異數分析，以少量的實驗數據進行分析，可有效提昇產品品質。遂於日本工業界迅速普及，稱之為品質工程(Quality Engineering)。其並於 1962 年獲得品管界最高榮譽之一的品質應用戴明(Deming)獎，1951、1953、1984 獲得品質論文戴明獎。1980 年代後，美國 AT & T、Ford、Xerox、Motorola、Kodak 等公司亦陸續採用，歐美一般稱之為田口方法(Taguchi Method)。

田口方法最大的特點在於以較少的實驗組合，取得有用的資訊。雖不如全因子法真正找出確切的最佳化位置，但能以少數實驗便能指出最佳化趨勢，可行性遠大於全因子法。田口方法有以下特點：(1)基於品質損失函數之品質特性、(2)實驗因子的定義與選擇、(3)S/N 比、(4)田口直交表。

田口方法的實施步驟可分為下列十項：

1. 選定品質特性
2. 判定品質特性之理想機能
3. 列出所有影響此品質特性的因子
4. 定出信號因子的水準
5. 定出控制因們的水準
6. 定出干擾因子的水準，必要的話，進行干擾實驗
7. 選定適當的直交表，並安排完整的實驗計劃
8. 執行實驗，記錄實驗數據
9. 資料分析
10. 確認實驗

重覆以上步驟，直到達到最佳的品質及性能為止。

二、一些多水準複因子實驗方法介紹

(1) 試誤法(trial-and-error)

(2) 一次一因子法

每次只變動一個因子，而其他因子則維持於前次實驗的水準，以探討因子水準變動之效應。下表中實驗中探討 7 個 2 水準因子對 y 的影響，目標為使 y 最小化。實驗 1 全固定於水準一，實驗 2 只變動 A 至水準 2，其餘維持不變，是以 A 之效應為 0.3。實驗 3 只變動 B 至水準 2，其餘維持不變，是以 B 之效應為 0.5。實驗 4 只變動 C 至水準 2，其餘維持不變，是以 C 之效應為 -0.9。實驗 5 只變動 D 至水準 2，其餘維持不變，是以 D 之效應為 0.7。實驗 6 只變動 E 至水準 2，其餘維持不變，是以 E 之效應為 0.4。實驗 7 只變動 F 至水準 2，其餘維持不變，是以 F 之效應為 -0.6。實驗 8 只變動 G 至水準 2，其餘維持不變，是以 G 之效應為 0.1。

Exp	A	B	C	D	E	F	G	y
1	1	1	1	1	1	1	1	1.2
2	2	1	1	1	1	1	1	1.5
3	2	2	1	1	1	1	1	2.0
4	2	2	2	1	1	1	1	1.1
5	2	2	2	2	1	1	1	1.8
6	2	2	2	2	2	1	1	2.2
7	2	2	2	2	2	2	1	1.6
8	2	2	2	2	2	2	2	1.7
Effect	0.3	0.5	-0.9	0.7	0.4	-0.6	0.1	

效應為正，代表該因子變化時對 y 值而言有加大的趨勢；效應為負，則有減小的趨勢。當目標為使 y 減至最小，則應找出各因子貢獻最小的組合，亦即 A1 B1 C2 D1 E1 F2 G1。

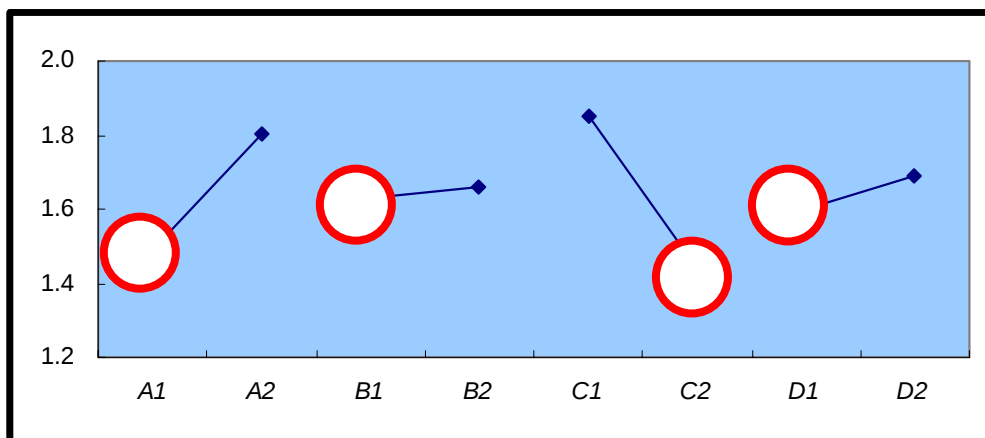
其缺點在於評估效應時有明顯的偏見，例如對 A 之效應而言，是植基於其他因子均為水準一的情形下 A 的表現。一旦其他因子一併變動，原先求出 A 的效應將沒有意義。

(3) 全因子法

所有因子水準的組合均在實驗中出現，因子或水準愈多，所需的實驗愈多，花費的時間、精力或成本也愈多，可行性愈低。以下表為例，擁有 2 水準的 4 個因子，共有 $2^4 = 16$ 個實驗組合。目標為欲使 y 最小，則應取第 3 組實驗組合 A1 B1 C2 D1。

Exp.	A	B	C	D	y
1	1	1	1	1	1.1
2	1	1	1	2	1.3
3	1	1	2	1	1.0
4	1	1	2	2	1.8
5	1	2	1	1	2.0
6	1	2	1	2	2.1
7	1	2	2	1	1.5
8	1	2	2	2	1.1
9	2	1	1	1	2.3
10	2	1	1	2	2.2
11	2	1	2	1	1.6
12	2	1	2	2	1.7
13	2	2	1	1	1.8
14	2	2	1	2	2.0
15	2	2	2	1	1.5
16	2	2	2	2	1.3
Level 1	1.49	1.63	1.85	1.60	
Level 2	1.80	1.66	1.44	1.69	
Effect	0.31	0.04	-0.41	0.09	

因為每一種組合在上述 16 種實驗中均出現，因此可直接指出最佳組合，不需再做因子反應圖。但如果繪出因子反應圖，亦可看出此組合。



(4)田口直交表

田口直交表以 $L_a(b^c \times d^e)$ 表示，代表共有 a 組實驗，其中最多可容納 b 個水準的因子 c 個，d 個水準的因子 e 個，而 L 取自 Latin square。

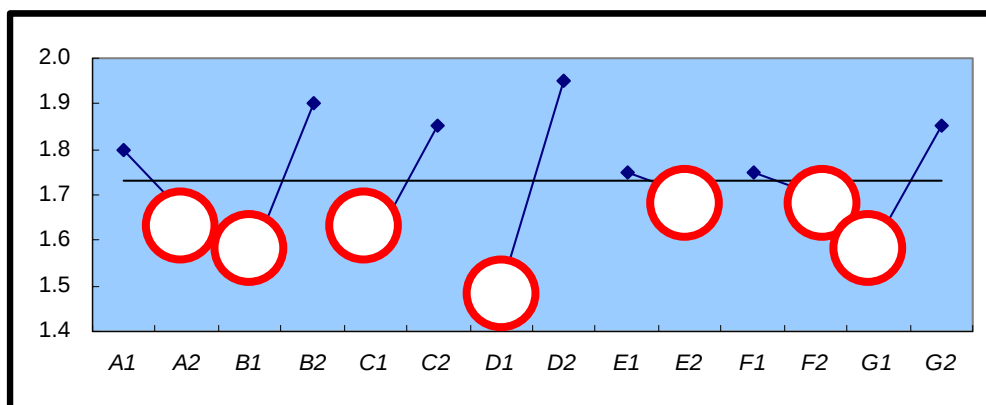
是以常用的 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 代表共有 18 組實驗, 其中最多可容納 2 個水準的因子 1 個, 3 個水準的因子 7 個(在全因子試驗中需有 $2^1 \times 3^7 = 4,374$ 組實驗)。而下表為 $L_8(2^7)$, 代表共有 8 組實驗, 其中最多可容納 2 個水準的因子 7 個(在全因子試驗中需有 $2^7 = 128$ 組實驗)。

Exp	A	B	C	D	E	F	G	y
1	1	1	1	1	1	1	1	1.2
2	1	1	1	2	2	2	2	1.8
3	1	2	2	1	1	2	2	2.0
4	1	2	2	2	2	1	1	2.2
5	2	1	2	1	2	1	2	1.5
6	2	1	2	2	1	2	1	1.7
7	2	2	1	1	2	2	1	1.3
8	2	2	1	2	1	1	2	2.1

Ave. 1.725

其因子反應表及因子反應圖如下所示。

	A	B	C	D	E	F	G
Level 1	1.80	1.55	1.60	1.50	1.75	1.75	1.60
Level 2	1.65	1.90	1.85	1.95	1.70	1.70	1.85
Effect	-0.15	0.35	0.25	0.45	-0.05	-0.05	0.25



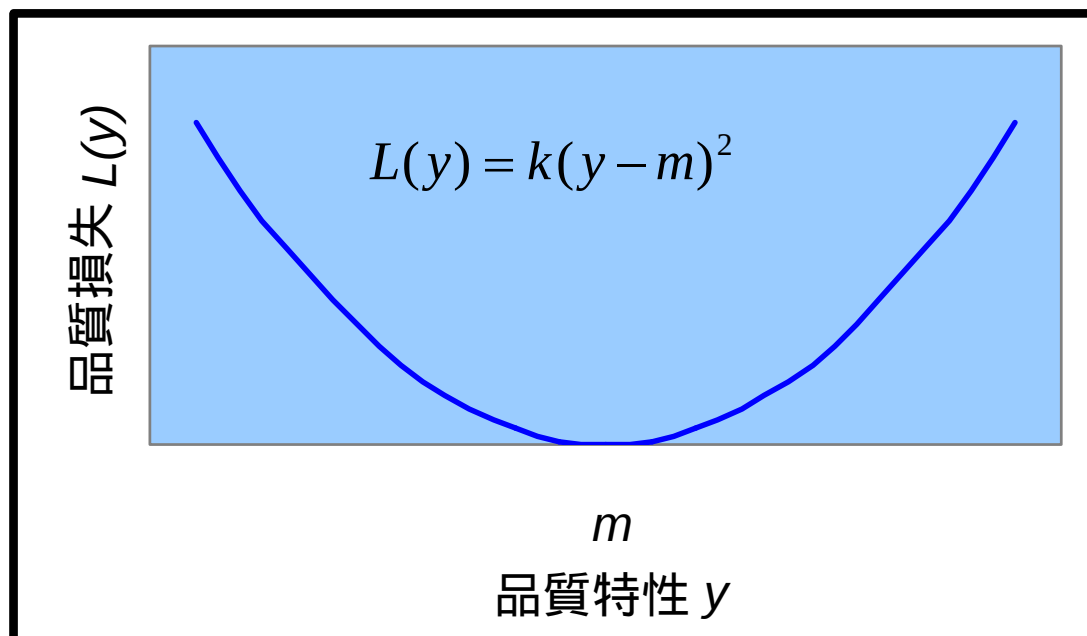
若目標為欲使 y 最小, 則應選取各因子較低的效應, 亦即 A2 B1 C1 D1 E2 F2 G1。此組合在先前 8 個實驗中並未出現。在因子間無交互作用的假設下, 因子效應可加成, 則預測的最佳值為

$$\bar{y} + (A2 - \bar{y}) + (B1 - \bar{y}) + (C1 - \bar{y}) + (D1 - \bar{y}) + (E2 - \bar{y}) + (F2 - \bar{y}) + (G1 - \bar{y}) = 0.95$$

三、品質損失函數

在探討最佳化的過程中，最重要的便是找出最能適切表達品質特性的目標函數，諸如維持產品整體的平均值逼近設定值或減小產品間的變異，均可做為提高品質的目標函數。

田口將品質定義為產品在其生命週期內，整個社會對其付出的總代價，稱之為品質損失。品質損失愈少，代表較高的品質。利用二次曲線的品質損失函數來計量品質特性。當品質特性完全符合目標值 m 時，品質損失為 0；當品質特性偏離目標值 m 時，品質損失以二次曲線的速度增加。



若有 n 個產品，則其總品質損失為

$$\text{總品質損失} = \sum_{i=1}^n k(y_i - m)^2$$

而平均品質損失 Q 為

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^n k(y_i - m)^2}{n} = k \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - m)^2}{n} \right] = k[MSD]$$

MSD : mean square deviation

又

MSD

$$\begin{aligned} &= \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - m)^2}{n} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2my_i + m^2) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2my_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2m\bar{y} + m^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2\bar{y}^2 + \bar{y}^2 + \bar{y}^2 - 2m\bar{y} + m^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2y_i\bar{y} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{y}^2 + (\bar{y}^2 - 2m\bar{y} + m^2) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2y_i\bar{y} + \bar{y}^2) + (\bar{y}^2 - 2m\bar{y} + m^2) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 + (\bar{y} - m)^2 \\ &= (\bar{y} - m)^2 + S^2 \end{aligned}$$

則平均品質損失可改寫為

$$Q = k \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - m)^2}{n} = k[(\bar{y} - m)^2 + S^2]$$

此式代表平均品質損失 Q 和產品平均的偏心值 $(\bar{y} - m)^2$ 及標準差 S^2 之和成正比。是以可以 $MSD = (\bar{y} - m)^2 + S^2$ 做為品質的特性。而品質特性又可分為三種形式：

1. 望目型

品質特性逼近目標值 m , $MSD = (\bar{y} - m)^2 + S^2$

2. 望小型

品質特性愈小愈好，亦即目標值 $m=0$: $MSD = \bar{y}^2 + S^2$

3. 望大型

品質特性愈大愈好，相當求 $1/y$ 望小型特性，此時 $m=0$ ，亦即

$$MSD = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} - m \right)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} \right)^2}{n}$$

將 MSD 轉換成訊號處理中的 S/N 比型式，亦即

$$S / N = -10 \log[MSD]$$

可將 $MSD = (\bar{y} - m)^2 + S^2$ 中， $\bar{y} \rightarrow m$ 視為品質接近目標值， $S \rightarrow 0$ 視為變異小，將使 MSD 減小，亦即品質損失愈小，當取對數時其值愈小，再乘以負號，相當於 S/N 比值愈大愈好。

四、品質特性的訂定

依據田口的經驗指出，在改善品質的努力中，工程師有 80% 的精力花在定義適當的品質特性。不當選用品質特性，常導致嚴重的交互作用，使因子效果的加成性大受影響，進而影響最佳化的預測值。適當的品質特性有下列準則：

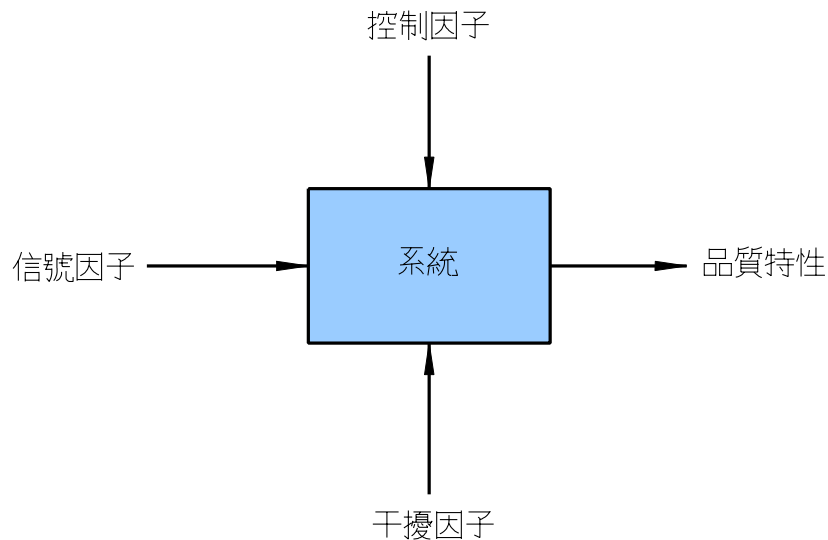
1. 連續實數函數

良率或是本質上為非好及壞的二分法不適合作為品質特性。

2. 最好為單調函數

因此較佳的品質特性有：力、距離、速度、加速度、壓力、時間等；而不適當的品質特性有：良率或不良率、通過或不通過、可靠度、外觀、缺失數目、氣泡數目等。

五、實驗因子的定義與選擇



影響品質特性的因子大致可分為三類：

1. 控制因子

參數設計中實驗者可以控制的因子。若該因子在變動水準時，品質特性的變異維持不變，則稱為調整因子，可藉此作為輸出值微調之用。

2. 信號因子

在特定的控制因子下，輸入某一信號因子可使品質特性隨之做連續函數的變化。

3. 干擾因子(或稱雜訊因子)

干擾因子為實驗者無法控制，使品質特性產生變異。其又分為下列數種：

干擾因子類別		例子
使用階段的 干擾因子	外部干擾因子	使用環境（溫度、濕度）、使用者
	內部干擾因子	材料磨耗、材料老化
製造階段的 干擾因子	外部干擾因子	製造環境（溫度、濕度）、製造者
	內部干擾因子	材料變異、製程參數變異
品質特性量測時的 干擾因子	量測干擾因子	量測的位置、量測的時間

穩健的品質設計的原理即在於決定控制因子的水準，使品質達到理想水準，不因干擾因子變動而使品質特性有過大的變異，亦即對干擾因子的靈敏度降低。

為瞭解干擾因子對品質特性的影響，有三種干擾策略：

(1) 隨機實驗

當干擾因子的模擬非常困難時或花費成本過鉅，則順其自然，以隨機實驗進行

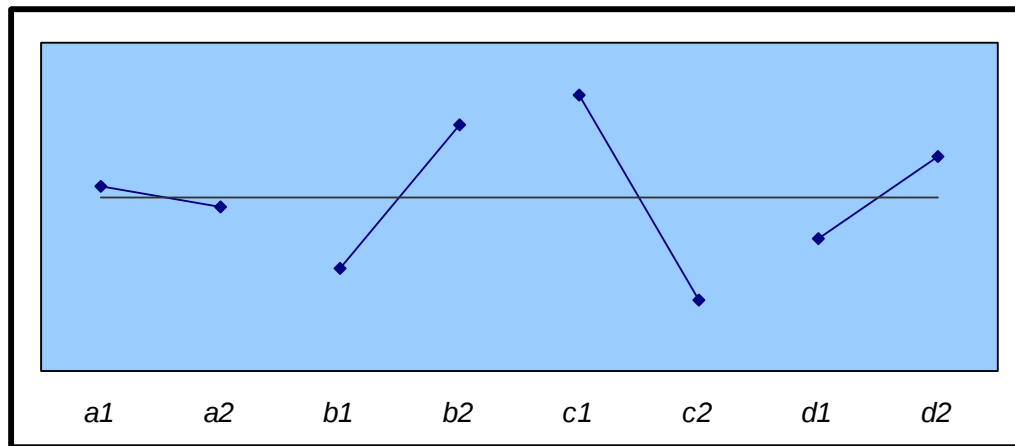
(2) 內直交表

以內外直標表混合應用，控制因子放在外直交表，干擾因子放在內直交表。以下圖為例，外直交表採用 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ ，而內直交表採用 2 水準的 $L_8(2^7)$ 即已足夠。

									<i>p</i>	1	1	1	1	2	2	2	2
									<i>q</i>	1	1	2	2	1	1	2	2
									<i>r</i>	1	1	2	2	2	2	1	1
									<i>s</i>	1	2	1	2	1	2	1	2
									<i>t</i>	1	2	1	2	2	1	2	1
									<i>u</i>	1	2	2	1	1	2	2	1
									<i>v</i>	1	2	2	1	2	1	1	2
Exp	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	1	1	1	1	1	1	1									
2	1	1	2	2	2	2	2	2									
3	1	1	3	3	3	3	3	3									
4	1	2	1	1	2	2	3	3									
5	1	2	2	2	3	3	1	1									
6	1	2	3	3	1	1	2	2									
7	1	3	1	2	1	3	2	3									
8	1	3	2	3	2	1	3	1									
9	1	3	3	1	3	2	1	2									
10	2	1	1	3	3	2	2	1									
11	2	1	2	1	1	3	3	2									
12	2	1	3	2	2	1	1	3									
13	2	2	1	2	3	1	3	2									
14	2	2	2	3	1	2	1	3									
15	2	2	3	1	2	3	2	1									
16	2	3	1	3	2	3	1	2									
17	2	3	2	1	3	1	2	3									
18	2	3	3	2	1	2	3	1									

(3) 干擾實驗

在上述內直交表法中，實際的實驗組合共有 $18 \times 8 = 144$ 種組合，仍嫌多了一點。干擾實驗的目的即在於先將眾多的干擾因子合成單一干擾因子，減少實驗組合。先在某一特定控制因子條件組合下(一般採用現有設計)先做 2 水準的干擾實驗。將簡化的干擾因子至入直交表中，進行實驗，分析因子效應。如下圖針對 4 個 2 水準的干擾因子 a、b、c、d 進行的因子反應圖。



干擾因子的水準選擇，在合理的情形下，愈極端愈好。圖上 a2 b1 c2 d1 使品質特性降低， a1 b2 c1 d2 使品質特性增加。是以可以複合成單一的 2 水準干擾因子 N：

N1(使品質特性降低)：a2 b1 c2 d1

N2(使品質特性增加)：a1 b2 c1 d2

在接下來的每一組控制因子的直交表實驗中，僅需做 N1、N2 的變化，即可代表在干擾因子參與下的情形。如果在此極端的複合干擾因子的作用下，品質特性仍不受影響，則該組合應為最佳的穩建設計，必定能夠抵抗其他的干擾因子變化。

六、實例介紹－磁磚製程設計

1. 選定品質特性

磁磚厚度

2. 判定品質特性之理想機能

望目型品質特性，亦即磁磚厚度有一目標值。

3. 列出所有影響此品質特性的因子

4. 定出信號因子的水準

5. 定出控制因子的水準

因子	說明	Level 1	Level 2	Level 3
A	石灰含量	5%	1%	
B	壽山石含量	43%	53%	63%
C	壽山石種類	新配方加添加物	原來配方	新配方無添加物
D	燒粉含量	0%	1%	3%
E	添加物粒徑	小一些	原來粒徑	大一些
F	燒成次數	一次燒成	二次燒成	三次燒成
G	長石含量	7%	4%	0%
H	黏土種類	K-type	各一半	G-type

註：陰影部份為原設計值

6. 定出干擾因子的水準，必要的話，進行干擾實驗

7. 選定適當的直交表，並安排完整的實驗計劃

8. 執行實驗，記錄實驗數據

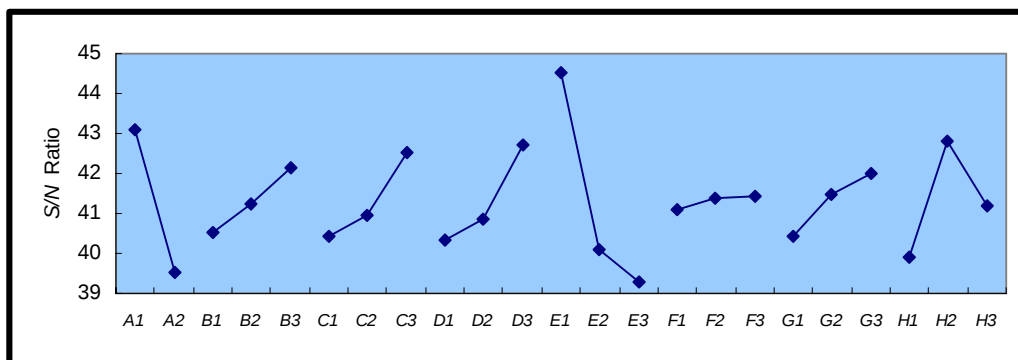
Exp	A	B	C	D	E	F	G	H	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	Ave.	S	S/N
1	1	1	1	1	1	1	1	1	10.18	10.18	10.12	10.06	10.02	9.98	10.20	10.11	0.087	41.3
2	1	1	2	2	2	2	2	2	10.03	10.01	9.98	9.96	9.91	9.89	10.12	9.99	0.078	42.2
3	1	1	3	3	3	3	3	3	9.81	9.78	9.74	9.74	9.71	9.68	9.87	9.76	0.064	43.6
4	1	2	1	1	2	2	3	3	10.09	10.08	10.07	9.99	9.92	9.88	10.14	10.02	0.096	40.3
5	1	2	2	2	3	3	1	1	10.06	10.05	10.05	9.89	9.85	9.78	10.12	9.97	0.129	37.7
6	1	2	3	3	1	1	2	2	10.20	10.19	10.18	10.17	10.14	10.13	10.22	10.18	0.032	50.0
7	1	3	1	2	1	3	2	3	9.91	9.88	9.88	9.84	9.82	9.80	9.93	9.87	0.048	46.3
8	1	3	2	3	2	1	3	1	10.32	10.28	10.25	10.20	10.18	10.18	10.36	10.25	0.071	43.2
9	1	3	3	1	3	2	1	2	10.04	10.02	10.01	9.98	9.95	9.89	10.11	10.00	0.070	43.1
10	2	1	1	3	3	2	2	1	10.00	9.98	9.93	9.80	9.77	9.70	10.15	9.90	0.156	36.0
11	2	1	2	1	1	3	3	2	9.97	9.97	9.91	9.88	9.87	9.85	10.05	9.93	0.071	42.9
12	2	1	3	2	2	1	1	3	10.06	9.94	9.90	9.88	9.80	9.72	10.12	9.92	0.139	37.1
13	2	2	1	2	3	1	3	2	10.15	10.08	10.04	9.98	9.91	9.90	10.22	10.04	0.120	38.5
14	2	2	2	3	1	2	1	3	9.91	9.87	9.86	9.87	9.85	9.80	10.02	9.88	0.069	43.2
15	2	2	3	1	2	3	2	1	10.02	10.00	9.95	9.92	9.78	9.71	10.06	9.92	0.129	37.7
16	2	3	1	3	2	3	1	2	10.08	10.00	9.99	9.95	9.92	9.85	10.14	9.99	0.097	40.2
17	2	3	2	1	3	1	2	3	10.07	10.02	9.89	9.89	9.85	9.76	10.19	9.95	0.147	36.6
18	2	3	3	2	1	2	3	1	10.10	10.08	10.05	9.99	9.97	9.95	10.12	10.04	0.067	43.5

Ave = 41.3

9. 資料分析

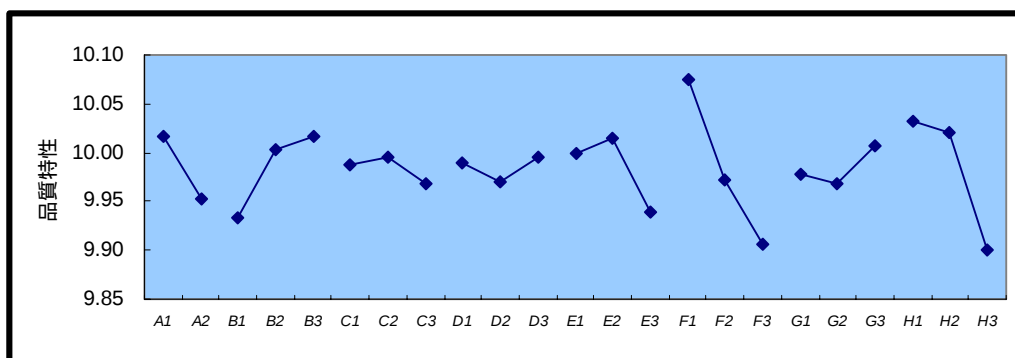
對 S/N 比的因子反應表及圖

	A	B	C	D	E	F	G	H
Level 1	43.1	40.5	40.5	40.3	44.5	41.1	40.4	39.9
Level 2	39.5	41.2	41.0	40.9	40.1	41.4	41.5	42.8
Level 3		42.2	42.5	42.7	39.3	41.4	42.0	41.2
Effect	3.6	1.6	2.1	2.4	5.3	0.3	1.6	2.9
Rank	2	6	5	4	1	8	7	3



對品質特性的因子反應表及圖

	A	B	C	D	E	F	G	H
Level 1	10.02	9.93	9.99	9.99	10.00	10.07	9.98	10.03
Level 2	9.95	10.00	10.00	9.97	10.02	9.97	9.97	10.02
Level 3		10.02	9.97	9.99	9.94	9.91	10.01	9.90
Effect	0.06	0.08	0.03	0.03	0.08	0.17	0.04	0.13
Rank	5	3	7	8	4	1	6	2



雖然 S/N 比項目中隱含了信號項及雜訊項，但並不一定最小變異及最小離心值能在 S/N 比同時挑出。是以本例以二階段方式進行最佳化：第一階段進行變異最小化設計，第二階段進行平均值微調。

先將控制因子分成 4 類，①同時影響 S/N 及品質特性、②只影響品質特性(亦即調整因子)、③只影響 S/N 比、④對二者皆無影響。因子影響程度的判定應以統計方式進行，但是較為複雜。叫簡化的方式為以一半原則粗估，只挑出影響程度排名前半的因子視為影響程度顯著。依此原則這 8 個因子分類如下：

類別	有影響 S/N ?	有影響品質特性 ?	控制因子	用途
1	是	是	A、E、H	用來縮小變異
2	否	是	B、F	用來調整品質特性至目標值
3	是	否	C、D	用來縮小變異
4	否	否	G	用來降低成本

1. 最小化變異

依據 S/N 的因子效應圖，最佳化為

A1 B? C3 D3 E1 F? G? H2

2. 最佳化品質特性

依據品質特性的因子效應表，最佳化為

A1 (B) C3 D3 E1 F2 G? H2

其中 B 為調整因子，留待現場依實際需要調整，而 G 不影響品質特性及變異，故因此以降低成本為最大考量。

理論上調整 B 即可調整品質特性接近目標值，是以不必再預測調整後的目標特性質，只需針對 S/N 比進行估計。對 S/N 有影響的因子為 A、C、D、E、H，若原始設計將全部因子固定於水準 2，

預測原始 $S/N = 41.3 + (39.5 - 41.3) + (41.0 - 41.3) + (40.9 - 41.3) + (40.1 - 41.3) + (42.8 - 41.3) = 41.3 - 1.8 - 0.3 - 0.4 - 1.2 + 1.5 = 39.1$

而依據最佳化設計之組合，求得

預測最佳 $S/N = 41.3 + (43.1 - 41.3) + (42.5 - 41.3) + (42.7 - 41.3) + (44.5 - 41.3) + (42.8 - 41.3) = 41.3 + 1.8 + 1.2 + 1.4 + 3.2 + 1.5 = 50.4$

S/N 上升 11.3，但此為理論值，需進行確認實驗加以驗證。

10. 確認實驗

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	Ave.	S	Calculated S/N	Predicted S/N
Original	10.15	10.11	10.02	9.96	9.89	9.86	10.18	10.02	0.12	38.6	39.1
	10.14	10.12	10.01	9.94	9.91	9.88	10.17				
Optimal	10.08	10.06	10.03	10.02	10.03	10.01	10.09	10.04	0.03	50.1	50.4
	10.07	10.05	10.04	10.02	10.02	9.99	10.09				

七、結論

田口方法有 80% 屬工程範疇，20% 才屬於統計，是以工程人員的觀點看問題。其特點以髓、骨、皮來分類：

髓：

1. 品質是產品出廠後對社會造成的損失；損失愈小，品質愈高
2. 對干擾因子的不敏感性
3. 品質特性的選取

骨：

1. 損失函數
2. 非線性關係的利用
3. S/N 比

皮：

直交表的使用。沒有討論干擾因子仍算是傳統實驗設計，並非田口方法。

資料來源

1. 李輝煌。2000。田口方法：品質設計的原理與實務。初版。台北：高立。
2. 黎正中。1993。穩健設計之品質工程。台北：台北圖書。
3. 吳復強。1992。田口品質工程。初版。台北：全威。